



Sirius

International Mathematics Center

061w: Analysis Days in Sirius

SEPTEMBER 10–17 | 2025

Научная конференция

Дни анализа в Сириусе: аппроксимация,
оптимизация, восстановление данных и
смежные вопросы

10–17 сентября 2025 года

Программа и аннотации докладов

ФТ «Сириус», 2025

Организаторы конференции

Александр Иванович Аптекарев	ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
Юрий Сергеевич Белов	СПбГУ
Ольга Сергеевна Кудрявцева	МГУ & МЦФиПМ
Владимир Николаевич Темляков	МИАН & МГУ & University of South Carolina
Константин Юрьевич Федоровский	МГУ
Павел Андреевич Яськов	МИАН



Тематика конференции «Дни анализа в Сириусе: аппроксимация, оптимизация, восстановление данных и смежные вопросы» охватывает широкий спектр задач современного анализа, теории приближений, а также вопросы оптимизации и прикладные задачи, в частности, задачи, связанные с машинным обучением, анализом и восстановлением данных.

Конференция проводится при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант на развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2025-303) и Московского центра фундаментальной и прикладной математики (соглашение с Минобрнауки России № 075-15-2025-346).

Международный математический центр «Сириус», ФТ «Сириус»
МЦМУ МИАН, Москва

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Оглавление

Расписание конференции	4
10 сентября	4
11 сентября	6
12 сентября	7
13 сентября	8
15 сентября	9
16 сентября	10
17 сентября	11
Аннотации докладов	12

Расписание конференции

10 СЕНТЯБРЯ, СРЕДА

09³⁰ — 09⁴⁵ РЕГИСТРАЦИЯ

09⁴⁵ — 10⁰⁰ ОТКРЫТИЕ КОНФЕРЕНЦИИ

10⁰⁰ — 10⁴⁰ П.А. Бородин

Последовательные проекции и жадные алгоритмы в гильбертовом пространстве

10⁴⁵ — 11²⁵ В.В. Пеллер

Функции от диссипативных операторов при относительно ограниченных и относительно ядерных возмущениях

КОФЕ-ПАУЗА

12⁰⁰ — 12⁴⁰ М.М. Маламуд

Relations between spectral properties of metric and discrete graphs

12⁴⁵ — 13²⁵ С.Ю. Доброхотов

Operator methods and semiclassical approximations in uniform asymptotic constructions of some orthogonal polynomials

ОБЕД

17⁰⁰ — 17²⁵ В.И. Кузоватов

Об одном аналоге формулы Бине

17³⁰ — 18¹⁰ А.Д. Баранов

Аналитические емкости и нормы произведений Бляшке в пространствах Бесова

ОБЩЕЕ ФОТО

18⁴⁰ — 19²⁰ В.А. Калягин

О некоторых задачах о совместно ортогональных многочленах и комплексных рациональных аппроксимациях

19³⁰ — 22⁰⁰ ФУРШЕТ

11 СЕНТЯБРЯ, ЧЕТВЕРГ

10³⁰ — 11¹⁰ Б.Н. Хабибуллин

Аппроксимация экспоненциальными системами на плоских множествах

11²⁰ — 12⁰⁰ М.Ю. Тяглов

О новом подходе к Гавайской гипотезе

КОФЕ-ПАУЗА

12⁴⁰ — 13²⁰ Н. Hedenmalm

A Bombieri-type inequality and equidistribution of points

ОБЕД

15⁰⁰ — 15⁴⁰ А.В. Комлов

Точки интерполяции для аппроксимаций Эрмита–Паде в модельном случае

15⁵⁰ — 16¹⁰ В.Г. Лысов

Двуматричные модели и биполярная функция Грина

ПЕРЕРЫВ

16⁴⁰ — 17⁰⁰ А.В. Дьяченко

Биортогональные многочлены Коши и многоматричные модели

17⁰⁵ — 17²⁵ И.А. Лопатин

Hexagon tilings with $m \times m$ periodic weightings: potential theory on Harnack curves and discriminant stratifications

17³⁰ — 17⁵⁰ В.Б. Шерстюков

Рациональная аппроксимация эйлерова числа

12 СЕНТЯБРЯ, ПЯТНИЦА

10³⁰ — 11¹⁰ Д.М. Столяров

Новые и старые результаты о координатно-выпуклых функциях

11²⁰ — 12⁰⁰ Д.Н. Запорожец

Многомерная формула Спицера

КОФЕ-ПАУЗА

12⁴⁰ — 13²⁰ И.Х. Мусин

О делении в алгебрах ультрадифференцируемых функций

ОБЕД

15⁰⁰ — 15²⁰ Р.Р. Акопян

Оптимальное восстановление производной по приближенной информации о функции

15²⁵ — 15⁴⁵ П.А. Терехин

Абсолютно представляющие системы, порожденные ядром Сеге

15⁵⁰ — 16¹⁰ Д.Р. Панов

Динамическое построение GFF на графе

ПЕРЕРЫВ

16⁴⁰ — 17⁰⁰ К.С. Шкляев

О квантованных приближениях в банаховых пространствах

17⁰⁵ — 17²⁵ И.В. Лимонова

Лакунарные подсистемы ортогональных систем и восстановление сигналов

17³⁰ — 17⁵⁰ К.С. Рютин

Некоторые задачи о поперечниках

13 СЕНТЯБРЯ, СУББОТА

СЕССИЯ ОТКРЫТЫХ ЗАДАЧ

10³⁰ — 10⁵⁵ В.Н. Темляков

Восстановление функций по значениям в точках

11⁰⁰ — 11²⁵ Ю.С. Белов

Открытые задачи частотно временного анализа

11³⁰ — 11⁵⁵ К.Ю. Федоровский

Три открытых вопроса в теории приближений аналитическими функциями

12⁰⁰ — 12³⁰ ПОСТЕРНАЯ СЕССИЯ

А.Д. Казакова

Кратные нуль-ряды по системе Уолша, M- и U-множества

А.А. Кирюхина

О несуммируемости почти всюду орторекурсивных разложений

О.С. Кудрявцева

Усиление теоремы Кавена–Поммеренке и его следствия

М.Ш. Бурлуцкая, М.Н. Силаева

Периодические режимы в волновых колебаниях сетки из струн

СЕССИЯ ОТКРЫТЫХ ЗАДАЧ

12³⁰ — 12⁵⁵ П.А. Мозоляко

Марковские цепи и потенциал на графах

13⁰⁰ — 13²⁵ А.П. Солодов

Вопросы сходимости слабо-жадных алгоритмов

13³⁰ — 13⁵⁵ Е.К. Мышкина

Рекуррентные формулы для псевдостепенных сумм решений неалгебраических систем

15 СЕНТЯБРЯ, ПОНЕДЕЛЬНИК

10³⁰ — 11¹⁰ Н.Г. Кружилин
Segre varieties and CR-maps

11²⁰ — 12⁰⁰ А.Б. Богатырев
Вариационная формула для модели Шоттки

КОФЕ-ПАУЗА

12⁴⁰ — 13²⁰ А.В. Цветкова
Глобальная асимптотика в виде функции Эйри для решений систем разностных уравнений

ОБЕД

15⁰⁰ — 15²⁰ А.Д. Мкртчян
Аналитическое продолжение степенных рядов посредством интерполяции коэффициентов

15²⁵ — 15⁴⁵ И.М. Васильев
Reverse Carleson measures in spaces of analytic functions

15⁵⁰ — 16¹⁰ Д.Н. Даутова
Изменение асимптотики модулей двусвязных областей при их растяжении

ПЕРЕРЫВ

16⁴⁰ — 17⁰⁰ И.А. Бочков
Локализация тригонометрических полиномов и лемма Лева–Целищева

17⁰⁵ — 17²⁵ М.К. Досполова
Целая функция Штейнера и осцилляция гауссовского процесса на бесконечномерном компакте

17³⁰ — 17⁵⁰ М.А. Боровиков
О L -специальных областях с алгебраическими границами

16 СЕНТЯБРЯ, ВТОРНИК

10³⁰ — 11¹⁰ А.И. Буфетов

Борелевские автоморфизмы пространства мер

11²⁰ — 12⁰⁰ П.А. Яськов

The Batson–Spielman–Srivastava–Vershynin method in random matrix theory: limiting spectral distributions

КОФЕ-ПАУЗА

12⁴⁰ — 13²⁰ Т.Г. Батенев

Фреймы из ядер Коши в пространстве Харди $H^2(D)$, ассоциированные с прямой суммой конечномерных l^2

ОБЕД

15⁰⁰ — 15²⁰ Т.И. Зайцева

Единственность представлений в матричных системах счисления

15²⁵ — 15⁴⁵ П.В. Губкин

Stability of Schur's algorithm

15⁵⁰ — 16¹⁰ К.А. Ленский

Итерации многоугольников Понселе и произведения Бляшке

ПЕРЕРЫВ

17 СЕНТЯБРЯ, СРЕДА

10³⁰ — 11¹⁰ Д.В. Горбачев

Теорема Минковского для выпуклых тел и проблема Зигеля–Сасса для степенного веса

11²⁰ — 12⁰⁰ М.Г. Плотников

Неравенства Хинчина и множества ε -единственности для систем функций типа хаосов Радемахера

КОФЕ-ПАУЗА

12⁴⁰ — 13²⁰ В.Г. Кротов

Hardy–Littlewood inequalities for functions from Hardy–Lorentz spaces

13²⁰ — 13³⁰ ЗАКРЫТИЕ КОНФЕРЕНЦИИ

Аннотации докладов

Оптимальное восстановление производной по приближенной информации о функции

Р.Р. Акопян
ИММ УрО РАН

В докладе обсуждаются задачи восстановления производной для различных классов гладких на оси и голоморфных в области функций по приближенной информации о функции. В качестве информации о функции рассматриваются ее значения на прямой, на равномерной сетке или предельные значения на части границы области голоморфности.

Аналитические емкости и нормы произведений Бляшке в пространствах Бесова

А.Д. Баранов
СПбГУ

Пусть X – банахово пространство аналитических в единичном круге \mathbb{D} функций и $\sigma = (\lambda_1, \dots, \lambda_N) \in (\mathbb{D} \setminus \{0\})^N$. Назовем X -емкостью множества σ величину

$$\text{cap}_X(\sigma) = \inf\{\|f\|_X : f(0) = 1, f|_\sigma = 0\}.$$

В докладе мы обсудим оценки аналитических емкостей конечных множеств в пространствах Бесова $\mathcal{B}_{p,q}^0$ с конечной полунормой

$$\|f\|_{\mathcal{B}_{p,q}^0} = \left(\int_0^1 (1-\rho)^{q-1} \|f'_\rho\|_{L^p(\mathbb{T})}^q d\rho \right)^{1/q},$$

где $f_\rho(z) = f(\rho z)$. Эти оценки мотивированы задачей об оценке нормы обратной матрицы в терминах ее спектра для различных классов матриц (сжатия, матрицы с равномерно ограниченными нормами

степеней и т.п.). Полученные нами оценки уточняют неравенства, доказанные Н.К. Никольским в 2005 году, и являются оптимальными для целого ряда значений параметров p, q .

Доклад основан на совместных работах с И.Р. Каюмовым (СПб-ГУ), Р. Заруфом (Aix-Marseille Université) и М. Харцем (Universität des Saarlandes).

Фреймы из ядер Коши в пространстве Харди $H^2(D)$, ассоциированные с прямой суммой конечномерных l^2

Т.Г. Батенев
СПбГУ

Система элементов $\{x_n\}_n$ бесконечномерного банахова пространства X называется представляющей для X , если любой элемент X представляется в виде сходящегося ряда $\sum_n c_n x_n$, $c_n \in \mathbb{C}$. Задача об описании представляющих систем тесно связана с задачей об описании обобщенных фреймов, введенных в работах П.А. Терехина. Мы обсудим достаточные и необходимые условия (в терминах $\Lambda \subset D$) для того, чтобы множество ядер Коши $\{(1 - \bar{\lambda}z)^{-1}\}_{\lambda \in \Lambda}$ образовывало фрейм в $H^2(D)$, ассоциированный с пространством коэффициентов $(\bigoplus_{k=1}^{\infty} l_{n_k}^2)_{l^1}$.

Вариационная формула для модели Шоттки

А.Б. Богатырев
ИВМ РАН

Предложена эффективно реализуемая формула для вариации определенных абелевых интегралов (т.н. периодов) для представления римановой поверхности в виде фактора по группе Шоттки.

О L -специальных областях с алгебраическими границами

М.А. Боровиков
МГУ

Рассмотрим следующую задачу аппроксимации функций полиномиальными решениями эллиптических уравнений. Пусть L — это эллиптический дифференциальный оператор второго порядка на плоскости с постоянными комплексными коэффициентами, а X — это компакт в \mathbb{C} . Требуется найти необходимые и достаточные условия

на X , при которых всякую функцию f , непрерывную на X и удовлетворяющую на внутренности X уравнению $Lf = 0$, можно равномерно на X приблизить многочленами P с комплексными коэффициентами от двух вещественных переменных, удовлетворяющих условию $LP = 0$ (такие многочлены называются L -аналитическими). В 2002–2003 гг. А.Б. Зайцев получил критерий приближаемости в этой задаче в случае, когда X является компактом Каратеодори. Этот критерий формулируется в терминах L -специальных областей (свойство области быть L -специальной — это аналитическая характеристика, которая естественно возникла в связи с обсуждаемой задачей). Однако вплоть до настоящего момента свойства L -специальных областей изучены слабо. Известно, что если L является сильно эллиптическим, то L -специальных областей не существует. Если же L не является сильно эллиптическим, то, вплоть до настоящего момента, известны лишь отдельные примеры L -специальных областей (это эллипсы, параметры которых специальным образом зависят от данного оператора), а также получен ряд частных результатов о том, какие области не могут быть L -специальными. Известна следующая гипотеза, которая уже проверена для достаточно широкого класса областей: среди областей, ограниченных алгебраическими кривыми порядка больше двух, L -специальных областей для не сильно эллиптических операторов L нет. Планируется как подтвердить эту гипотезу в некотором классе областей, так и показать, что в общей постановке она неверна.

Последовательные проекции и жадные алгоритмы в гильбертовом пространстве

П.А. Бородин
МГУ

Доклад представляет краткий обзор результатов о сходимости последовательных проекций на семейство замкнутых выпуклых множеств с непустым пересечением и жадных алгоритмов относительно словаря в гильбертовом пространстве. Дело в том, что последовательные проекции на семейство гиперплоскостей могут быть интерпретированы как работа слабого жадного алгоритма по отношению к словарю, состоящему из векторов, перпендикулярных этим гиперплоскостям. Это наблюдение наводит на мысль об использовании методов, разработанных в теории жадных приближений, для изучения сходимости последовательных проекций и наоборот.

Локализация тригонометрических полиномов и лемма

Лева–Целищева

И.А. Бочков

СПбГУ

В работе показано, что лемма о локализации, использованная Н. Левом и А. Целищевым при решении задачи о построении квазибазисов из равномерно разделенных сдвигов функции в пространстве $L^p(\mathbb{R})$ при $p > (1 + \sqrt{5})/2$, не переносится на малые p .

[1] N. Lev and A. Tselischchev. Schauder frames of discrete translates in $L^p(\mathbb{R})$. Preprint, arXiv:2402.09915 [math.CA] (2024).

[2] N. Lev and A. Tselischchev. There are no unconditional Schauder frames of translates in $L^p(\mathbb{R})$, $1 \leq p \leq 2$. Preprint, arXiv:2312.01757 [math.CA] (2023).

Reverse Carleson measures in spaces of analytic functions

И.М. Васильев

ПОМИ РАН

Доклад будет посвящен описанию обратных мер Карлесона в некоторых пространствах аналитических функций. Конкретнее, мы охарактеризуем обратные меры Карлесона в пространствах Бесова, Блоха, Трибеля–Лизоркина и Харди на единичном диске и в шаре. Доклад основан на совместной работе с Е.С. Дубцовым и А.С. Целищевым, см. [1].

[1] E. Doubtsov, A. Tselishchev, and I. Vasilyev, Reverse Carleson measures for spaces of analytic functions, Arxiv:2412.02354 (2024).

Теорема Минковского для выпуклых тел и проблема

Зигеля–Сасса для степенного веса

Д.В. Горбачев (совместно с А.Д. Мановым)

МГУ

Теорема Минковского для симметричных относительно начала координат выпуклых тел утверждает, что если объем такого тела больше заданной границы, то оно содержит ненулевой целочисленный вектор. Зигель предложил элегантное доказательство этого факта с помощью гармонического анализа и решения экстремальной задачи для положительно определенных функций с носителем в теле. В случае шара эта проблема представляет самостоятельный инте-

рес. В частности, один из вариантов этой задачи привел к значительному продвижению в проблеме сферической упаковки. Недавно также была доказана гипотеза Фугледа о спектральных телах, заполняющих пространство, которая также связана с проблемой Зигеля. Оказалось, что проблема Зигеля имеет различные варианты, например, изучавшиеся Фейером и Сассом в случае тригонометрических многочленов. Развитие этих результатов приводит к экстремальной задаче на оси для неотрицательных функций с ограниченным спектром, интегрируемых со степенным весом. Планируется осветить эту задачу и показать ее связь с теорией самосопряженных операторов, представлениями Крейна и Рудина неотрицательных функций с ограниченным спектром, а также продемонстрировать роль гармонического анализа Данкля в решении этой задачи.

Stability of Schur's algorithm

П.В. Губкин

ПОМИ РАН

Алгоритмом Шура для аналитических функций в круге называется построение

$$F_0 = F, \quad F_{n+1} = \frac{F_n - F_n(0)}{z(1 - \overline{F_n(0)}F_n)}, \quad n \geq 0.$$

Все шаги алгоритма корректно определены, если $|F(z)| \leq 1$ в круге и F не является конечным произведением Бляшке. Числа последовательности $\{F_n(0)\}_{n \geq 0}$ называются коэффициентами рекурсии функции F , отображение

$$F \mapsto \{F_n(0)\}_{n \geq 0}$$

является гомеоморфизмом между пространством аналитических функций с топологией сходимости на компактах и пространством последовательностей с топологией поточечной сходимости. На докладе мы обсудим количественные оценки этой непрерывности, полученные в недавних совместных работах с Романом Бессоновым.

Изменение асимптотики модулей двусвязных областей при их растяжении

Д.Н. Даутова
КФУ

Наша задача — изучить изменение асимптотики модуля двусвязной области под действием квазиконформных отображений, а именно — растяжения вдоль вещественной оси. Ранее этот вопрос был изучен нами для плоских ограниченных двусвязных областей достаточно произвольного вида методами геометрической теории функций. Теперь мы разрабатываем методику решения этой задачи, которую можно было бы распространить на многомерный случай. Для этого мы пользуемся методами теории потенциала: принципом Дирихле и вариационным свойством модуля.

Operator methods and semiclassical approximations in uniform asymptotic constructions of some orthogonal polynomials

С.Ю. Доброхотов
ИПМех РАН

В докладе обсуждается подход построения равномерных асимптотических формул в виде специальных функций сложного аргумента различных ортогональных полиномов как с одним, так несколькими индексами. Асимптотики строятся при больших номерах. Обсуждаются подходы, основанные как на рекуррентных уравнениях для полиномов, так и на дифференциальных уравнениях, которым эти полиномы удовлетворяют. Один из основных примеров — совместно ортогональные полиномы Эрмита с двумя индексами. Трудности применения стандартного квазиклассического подхода связаны с комплексностью символов (порождающих классические гамильтоновы системы) соответствующих операторов. Мы показываем, что для задач такого типа соображения из операторного исчисления Фейнмана–Маслова позволяют свести исходные задачи к набору задач с вещественными символами и применить для построения их асимптотических решений канонический оператор Маслова. Дальнейшие преобразования полученных формул позволяют получить равномерные асимптотические формулы в виде специальных функций, обобщающие и упрощающие известные в теории полиномов Эрмита формулы Планшереля–Ротаха.

Доклад основан на совместных работах с А.И. Аптекаревым, Д.Н. Туляковым и А.И. Цветковой и содержит результаты, поддержанные грантом РФФИ 24-11-00213.

Целая функция Штейнера и осцилляция гауссовского процесса на бесконечномерном компакте

М.К. Досполова
ПОМИ РАН, СПбГУ

Пусть K – выпуклое компактное подмножество евклидова пространства \mathbb{R}^d . У каждого такого компакта K есть характеристики, которые не зависят от размерности объемлющего пространства d , а зависят только от внутренней геометрии K . Они называются *внутренними объемами* K , обозначаются через $V_k(K)$, $k = 0, 1, \dots, d$ и определяются как коэффициенты в формуле Штейнера. Штейнер показал, что объем λ -окрестности компакта K представляется многочленом от λ с коэффициентами $V_k(K)$ (где нормировка подобрана специальным образом). Воспользовавшись независимостью внутренних объемов от размерности, Судаков и Шеве обобщили данное понятие на бесконечномерные выпуклые множества в сепарабельном гильбертовом пространстве.

Оказалось, что у внутренних объемов существует гауссовское представление, которое позволяет изучать их с вероятностной точки зрения. Одним из основных неравенств на внутренние объемы является неравенство логарифмической вогнутости. Из этого неравенства следует, что последовательность

$$m_k(K) = \frac{(k+1)V_{k+1}(K)}{V_k(K)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

не возрастает. Витале показал, что предел $m_k(K)$ совпадает с осцилляцией гауссовского процесса на K . На докладе будут рассмотрены недавние продвижения в гипотезе Гао и Витале о скорости убывания $m_k(K)$ и различении классов гауссовских процессов с помощью теории целых функций.

Доклад основан на совместной работе с Михаилом Германским и Дмитрием Запорожцем.

Биортогональные многочлены Коши и многоматричные модели

А.В. Дьяченко
ИПМ РАН

В этом докладе будут рассмотрены предельное поведение многочленов, составляющих биортогональную систему с итерированным ядром Коши. Соответствующие веса ортогональности при этом могут зависеть от степени многочленов. Тогда предельное распределе-

ние нулей этих многочленов описывается векторной мерой, доставляющей минимум функционалу энергии во внешнем поле. Кроме того, носитель экстремальной меры к тому же минимизирует значение некоторого функционала на компактных множествах — векторного аналога функционала Маскара–Саффа. В свою очередь, внешнее поле можно восстановить по семейству носителей экстремальных мер, параметризованному полной вариацией мер.

Рассматриваемые многочлены возникли в недавних приложениях в интегрируемых системах и теории случайных матриц. Предложенная Бертолой и Ботнером модель, рассматривает ансамбль положительно определенных матриц, в котором взаимодействие между соседними матрицами M_j и M_{j+1} выражается членом $\det(M_j + M_{j+1})^{-n}$. Такому взаимодействию и соответствует итерированное ядро Коши, сводящееся к обычному ядру Коши в двумерной модели.

Это совместное исследование с М. А. Лапик и В. Г. Лысовым.

Единственность представлений в матричных системах счисления

Т.И. Зайцева
МГУ

Пусть M — целочисленная матрица, у которой все собственные числа по модулю больше единицы, а $D = \{d_0, \dots, d_{m-1}\}$ — набор целочисленных векторов. Рассмотрим представления вида $\sum_{j=0}^J M^j \theta_j$, $\theta_j \in D$. В докладе будет обсуждаться единственность таких представлений и ее связь с теорией масштабирующих уравнений.

Многомерная формула Спицера

Д.Н. Запорожец
ПОМИ РАН

Рассмотрим случайное блуждание длины n , заданное формулами

$$S_0 = 0, \quad S_k = X_1 + \dots + X_k, \quad k = 1, \dots, n,$$

где случайные величины X_1, \dots, X_n независимы и одинаково распределены. В 1956 году Спицер получил следующий результат:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}(S_1 \geq 0, \dots, S_n \geq 0) t^n = \exp \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \mathbb{P}(S_n \geq 0) t^n \right), \quad |t| < 1.$$

В настоящем докладе рассматривается возможное обобщение этого результата на многомерный случай.

О некоторых задачах о совместно ортогональных многочленах и комплексных рациональных аппроксимациях

В.А. Калягин

НИУ ВШЭ в Нижнем Новгороде

В докладе будут рассмотрены некоторые старые и новые задачи о совместно ортогональных многочленах и связанных с ними комплексных рациональных аппроксимациях. Доклад посвящен 70-летию академика Александра Ивановича Аптекарева.

Точки интерполяции для аппроксимаций Эрмита–Паде в модельном случае

А.В. Комлов

МИАН

Мы рассматриваем полиномы Эрмита–Паде, построенные по набору ростков $[1, f_0, f_0^2]$, где f_0 — росток в бесконечности трехзначной алгебраической функции f . В 1984 году Дж. Наттолл (не в общем случае и с неполными доказательствами) и в 2017 году Е. М. Чирка, С. П. Суетин, Р. В. Пальвелев и докладчик (в полной общности) показали, что соответствующие аппроксимации Эрмита–Паде восстанавливают значения функции f на нулевом и первом листах наттоллового разбиения на листы римановой поверхности функции f . В докладе мы опишем предельное распределение точек интерполяции указанных аппроксимаций Эрмита–Паде при дополнительном условии на разбиение Наттолла римановой поверхности f : проекции границ нулевого и второго листов не пересекаются.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 24-11-00196).

Hardy–Littlewood inequalities for functions from Hardy–Lorentz spaces

В.Г. Кротов

БГУ

Пусть (X, d, μ) — множество с квазиметрикой d и σ -конечной мерой μ , $I = (0, t_0)$, $0 < t_0 \leq \infty$. Рассматриваются классы $\mathcal{H}^{p,r}$, $0 < p, r \leq \infty$, состоящие из комплекснозначных измеримых функций u на $X \times I$, для которых максимальная функция

$$\mathcal{N}u(x) := \sup\{|u(y, t)| : d(x, y) < t\}, \quad x \in X,$$

принадлежит пространству Лоренца $L^{p,r}(X)$. В частных случаях выбора X эти классы функций являются расширениями тех или иных пространств Харди и Харди–Лоренца аналитических, гармонических и т.п. функций. Для функций из классов $\mathcal{H}^{p,r}$ рассматриваются обобщения классических неравенств Харди–Литтлвуда, а также неравенств для операторов дробного интегрирования.

Segre varieties and CR-maps

Н.Г. Кружилин

МИАН

Рассматривается геометрия поверхностей Сегре вещественных подмногообразий комплексного пространства, заданных квадратичными уравнениями. Опираясь на биголоморфную инвариантность семейств Сегре, вопрос о структуре CR -отображений эрмитовых квадрик малой коразмерности сводится к фундаментальной теореме проективной геометрии и ее вариациям.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 24-11-00196).

Об одном аналоге формулы Бине

В.И. Кузоватов

СФУ

Классическая формула Бине выражает значение логарифмической производной Γ -функции Эйлера через некоторое интегральное представление. Данный доклад будет посвящен получению обобщения данного результата. А именно, получено интегральное представление для логарифмической производной целой функции конечного порядка (меньше $1/2$) с нулями, которые образуют некоторую последовательность целых отрицательных чисел. Доказательство основано на использовании классической формулы суммирования Плана и решении одной интерполяционной задачи. Полученный результат может быть использован при получении функционального соотношения для дзета-функции корней, аналогичного функциональному уравнению для классической дзета-функции Римана.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, Правительства Красноярского края и Красноярского краевого фонда науки, проект № 25-21-20054.

Итерации многоугольников Понселе и произведения Бляшке

К.А. Ленский

МФТИ

Теорема Понселе тесно связана с ортогональными многочленами и произведениями Бляшке (<https://arxiv.org/abs/2101.12165>). Оказывается, итерации многоугольников Понселе (замена вершин многоугольника на пересечения его i -й и $d + i$ -й сторон для фиксированного d) связаны с композициями произведений Бляшке, что открывает возможности для новых методов доказательства результатов, связанных с поризмом Понселе. В докладе будет приведена и доказана эта связь, а также будут представлены возможные подходы к развитию полученных результатов.

Лакунарные подсистемы ортогональных систем и восстановление сигналов

И.В. Лимонова

МГУ

В докладе будет дан обзор результатов о плотности подсистем со свойством лакуарности в ортогональных системах. Эти результаты применяются в задаче о восстановлении дискретных сигналов при наличии случайных потерь.

Hexagon tilings with $m \times m$ periodic weightings: potential theory on Harnack curves and discriminant stratifications

Elijah Lopatin

МИАН

The asymptotics of Determinantal Point Processes associated with tilings of a hexagon with periodic weightings have been studied in recent years utilizing matrix valued orthogonal polynomials. For the special case of triple periodic weightings A. B. J. Kuijlaars has described ([arXiv:2412.03115v1](https://arxiv.org/abs/2412.03115v1)) the corresponding asymptotics in terms of an equilibrium measure for a scalar potential problem with external field on a genus one Harnack spectral curve. I will discuss a roadmap for generalization of this result for a genus $g > 1$ case.

This work was supported by the Russian Science Foundation under grant no. 24-11-00196, <https://rscf.ru/en/project/24-11-00196/>.

Двуматричные модели и биполярная функция Грина

В.Г. Лысов

ИПМ РАН

Рассматриваются пары эрмитовых положительных случайных матриц большого размера с совместным распределением, которое индуцировано ядром Коши. Глобальный режим распределения их собственных значений описывается векторной мерой, которая удовлетворяет условиям равновесия во внешнем поле. Компакт, на котором распределены собственные значения, есть решение векторной экстремальной задачи Маскара-Саффа. Задача формулируется в терминах векторных аналогов логарифмической емкости и робеновской меры. Основной результат состоит в том, что обе эти величины могут быть вычислены с помощью биполярной функции Грина на соответствующей римановой поверхности. В качестве приложения найдены предельные распределения собственных значений для гауссовских потенциалов.

Relations between spectral properties of metric and discrete graphs

М.М. Malamud

РУДН, СПбГУ

We will discuss a close connection between spectral properties of a metric (quantum) graph with Kirchhoff or, more generally, δ -type couplings at vertices and the corresponding properties of a certain underlying weighted (discrete) graph.

In accordance with [1] certain spectral properties of both graphs (as well as their Hamiltonians \mathbf{H}_0 and \mathbf{h}_0 , respectively) either coincide or are closely related. Among them we mention the following ones:

- (1) self-adjointness;
- (2) lower semiboundedness;
- (3) discreteness property;
- (4) discreteness as well as finite dimensional properties of negative parts of their spectra;
- (5) certain spectral estimates (bounds for the bottom of spectra and essential spectra of graphs, CLR-type estimates etc.).

We will also discuss the growth of semigroups $\|\exp(-t\mathbf{H}_0)\|_{L^1 \rightarrow L^\infty}$ and $\|\exp(-t\mathbf{h}_0)\|_{l^1 \rightarrow l^\infty}$ generated by Hamiltonians \mathbf{H}_0 and \mathbf{h}_0 , respectively.

The talk is based on results published in [1], [2] and certain new results.

[1] P. Exner, A. Kostenko, M. Malamud, H. Neidhardt, Spectral theory of infinite quantum graphs, *Ann. Henri Poincaré* 19(11) (2018), 34573510.

[2] A. Kostenko, M. Malamud, N. Nicolussi, A Glazman–Povzner–Wienholtz theorem on graphs, *Advances in Mathematics* 395 (2022), 108158.

Аналитическое продолжение степенных рядов посредством интерполяции коэффициентов

А.Д. Мкртчян
ИМ НАН РА, СФУ

Исследуется задача аналитического продолжения степенных рядов в сектор методом интерполяции коэффициентов. Устанавливается связь между сектором, в который ряд аналитически продолжается, и ростом интерполирующей голоморфной функции.

Работа поддержана комитетом по высшему образованию и науки Республики Армения (соглашение 24RL-1A028).

О делении в алгебрах ультрадифференцируемых функций

И.Х. Мусин
ИМВЦ УФИЦ РАН

Будут рассматриваться пространства периодических ультрадифференцируемых функций и пространства Гельфанда–Шилова типа S достаточно общего вида. Для этих пространств будут представлены определенные эквивалентные описания, что вкупе с решением проблемы деления в алгебре периодических ультрадифференцируемых функций многих переменных типа Румье позволит дать описание образа оператора периодизации на одном из пространств Гельфанда–Шилова типа S .

Рекуррентные формулы для псевдостепенных сумм решений неалгебраических систем

Е.К. Мышкина

СФУ

В данном докладе мы рассматриваем псевдостепенные суммы для неалгебраических систем уравнений специального вида и устанавливаем рекуррентные соотношения между ними. Доклад продолжает исследования автора по изучению свойств степенных сумм корней систем неалгебраических уравнений.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РНФ, проект № 24-21-00023.

Динамическое построение GFF на графе

Д.Р. Панов (совместно с П.А. Мозоляко)

СПбГУ

Около 13 лет назад Х. Хеденмальм и П. Ниеминен опубликовали статью [1], в которой динамически построили гауссовское свободное поле на областях комплексной плоскости из белого шума при помощи вариационной формулы Адамара. Мы покажем, что аналогичный результат можно получить и в дискретном контексте, на графах, при этом будет получен дискретный аналог формулы Адамара. Как и в непрерывном случае, эта конструкция дает удобное представление гауссовского поля, из которого легко получаются некоторые его известные свойства.

[1] Håkan Hedenmalm and Pekka J. Nieminen, The Gaussian free field and Hadamard's variational formula, *Probab. Theory Related Fields* 159 (2014), pp. 61–73.

Функции от диссипативных операторов при относительно ограниченных и относительно ядерных возмущениях

В.В. Пеллер

СПбГУ

В докладе рассматривается поведение функций от диссипативных операторов при их возмущении относительно ограниченными и относительно ядерными операторами. Вводится класс относительно операторно липшицевых функций, аналитических в верхней полуплоскости. Для таких функций соответствующие операторные раз-

ности выражаются в виде двойных операторных интегралов по полуспектральным мерам. Рассматриваются функции от параметрических семейств диссипативных операторов и приводится формула для производной по параметру. Получена формула следов для разности функций от возмущенного оператора и исходного оператора. Результаты получены совместно с А.Б. Александровым.

Неравенства Хинчина и множества ε -единственности для систем функций типа хаосов Радемахера

М.Г. Плотников (совместно с А.Д. Казаковой)

МГУ

Для двух систем функций, являющихся r -ичными аналогами хаоса Радемахера, установлена справедливость неравенства Хинчина и найдены точные константы ε , при которых эти системы являются системами ε -единственности.

Некоторые задачи о поперечниках

К.С. Рютин

МГУ

В докладе речь пойдет о совместных результатах с Ю.В. Малыхиным. Будет рассказано о случае жесткости для поперечников по Колмогорову шаров в смешанной норме и о так называемых свидетелях поперечника т.е. вписанных многогранниках с малым количеством вершин, дающих правильный порядок поперечника.

Новые и старые результаты о координатно-выпуклых функциях

Д.М. Столяров

СПбГУ

Я расскажу о полезном классе функций нескольких переменных, выпуклых по каждой переменной в отдельности (separately convex functions). Они находят применение в теории вероятностей и вариационном исчислении. В докладе будут описаны классические задачи и новые результаты.

Доклад основан на исследовании, выполненном при поддержке гранта РФФИ №24-71-10011.

Абсолютно представляющие системы, порожденные ядром Сеге

П.А. Терехин

МГУ

Будут построены абсолютно представляющие системы из подпространств, порожденных ядром Сеге, в пространствах аналитических функций.

О новом подходе к Гавайской гипотезе

М.Ю. Тяглов (совместно с Д. Гнатюк)

СПбГУ

В 1987 году в статье [1] была выдвинута гипотеза, гласящая, что для произвольного вещественного многочлена p число вещественных критических точек его логарифмической производной не превосходит числа невещественных нулей многочлена p . Эта гипотеза была доказана в [2] довольно сложным подходом. В моем докладе я дам некоторый исторический обзор и результаты вокруг Гавайской гипотезы, а также изложу новый подход к ее доказательству и некоторые результаты, обобщающие результаты работы [1].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Санкт-Петербургского международного математического института имени Леонарда Эйлера по соглашению № 075-15-2025-343 от 29.04.2025 г.

[1] T. Craven, G. Csordas, and W. Smith, The zeros of derivatives of entire functions and the Pólya-Wiman conjecture, *Ann. of Math.*, 125, no. 2 (1987), pp. 405–431.

[2] M. Tyaglov, On the number of critical points of logarithmic derivatives and the Hawaii conjecture, *J. Anal. Math.*, 114 (2011), pp. 1–62.

Аппроксимация экспоненциальными системами на плоских множествах

Б.Н. Хабибуллин

ИМВЦ УФИЦ РАН

После краткого обзора предшествующих фактов о полноте экспоненциальных систем в пространствах функций на подмножествах комплексной плоскости будет приведен широкий круг и новых наших результатов 2025 г. в этом направлении. Они уже совсем явно учитывают геометрию этих подмножеств в терминах периметра, площади,

ширины в направлении, диаметра, толщины (широты), смешанных площадей по Г. Минковскому и пр., а также неувлучшаемы с точно-стью до одной экспоненциальной функции из системы.

A Bombieri-type inequality and equidistribution of points

Håkan Hedenmalm

СПбГУ

This reports on joint work with U. Etayo and J. Ortega-Cerda. We generalize the Bombieri inequality in a geometric fashion and study optimally. This optimality problem is carried over to the torus and studied in that context as well.

Глобальная асимптотика в виде функции Эйри для решений систем разностных уравнений

А.В. Цветкова

ИПМех РАН

В докладе подход к построению глобальной асимптотики решения системы разностных уравнений с помощью модификации метода канонического оператора Маслова иллюстрируется на примерах.

В качестве первого примера обсуждается модель шашек Фейнмана, которая может быть описана системой из двух разностных уравнений на компоненты вектора, зависящего от координаты точки на вещественной прямой и времени. Эта система может быть переписана в терминах двух псевдодифференциальных уравнений с комплексными символами. Однако одна из компонент вектора представляется в виде действия псевдодифференциального оператора на вторую компоненту, что позволяет свести задачу к одному уравнению, символ которого вещественный. Асимптотика решения определяется модифицированным каноническим оператором Маслова, для старшей части которого получено глобальное представление в терминах функции Эйри.

В качестве второго примера рассматривается система двух разностных уравнений третьего порядка, определяющая совместно ортогональные полиномы Эрмита. В этом случае удастся свести систему к двум псевдодифференциальным уравнениям с операторами сдвига, причем каждое уравнение содержит оператор сдвига только по одной из компонент. Учитывая ряд свойств соответствующих гамильтонианов, система сводится к двум дискретным уравнениям

Шредингера, а модифицированный оператор Маслова дает асимптотику в виде функции Эйри. В докладе будут приведены соответствующие формулы и иллюстрации.

Доклад основан на совместных работах с С.Ю. Доброхотовым, В.Е. Назайкинским и В.Л. Чернышевым. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 24-11-00213).

Рациональная аппроксимация эйлерова числа

В.Б. Шерстюков

МГУ

Будет дан обзор новых результатов, посвященных различным аспектам задачи о рациональных приближениях числа e . Доклад составлен на основе серии совместных публикаций с А.Б. Костиным.

О квантованных приближениях в банаховых пространствах

К.С. Шкляев

МГУ

Для данного подмножества M банахова пространства X аддитивной полугруппой $R(M)$ называется совокупность всевозможных сумм элементов M . Задача о плотности аддитивной полугруппы состоит в том, чтобы найти условия на множество M , достаточные для того, чтобы $R(M)$ было плотно в X . В общем виде эта задача была поставлена П.А. Бородиным в 2012 году, хотя различные ее частные случаи исследовались задолго до этого. В докладе речь пойдет о новом критерии плотности аддитивной полугруппы, полученном в терминах балансировки векторов множества $(M - M) \cap B_\delta(0)$ при $\delta \rightarrow 0$ и его приложении к конкретным полугруппам.

Также планируется обсудить достаточные условия для плотности $R(M)$ в терминах скорости убывания колмогоровских поперечников $d_n(M)$.

The Batson–Spielman–Srivastava–Vershynin method in random matrix theory: limiting spectral distributions

П.А. Яськов

МИАН

В докладе будет изложен новый метод вывода предельных спектральных распределений для выборочных ковариационных матриц

большой размерности. Метод основан на преобразовании Стильеса и методе Батсона–Шпильмана–Шриваставы–Вершинина, который ранее применялся для вывода оценок экстремальных собственных значений.